مقارنة أساليب مختلفة لتقدير دالة المعولية لتوزيع باريتو من النوع الأول باستخدام المحاكاة

م.د . نشأت جاسم محمد * م .عطاف ادوار عبدالاحد**

المستخلص

يهتم هذا البحث بمسألة تقدير دالة المعولية لتوزيع باريتو من النوع الأول. إذ يتم تقديم طرائق مقترحة لتقدير معلمات توزيع باريتو من النوع الأول ومن ثم دالة المعولية لذلك التوزيع وأيضا برنامج يوضح عمل تلك الطرائق ،كما تم إجراء دراسة تجريبية لغرض المقارنة واثبات كفاءة تلك الطرائق المقترحة عمليا وذلك من خلال الاعتماد على مشاهدات مولدة من ذلك التوزيع ولأحجام عينات وقيم معلمات مختلفة وتمت المقارنة بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ الخاص بكل طريقة. وقد تبين إن الطريقة المقترحة الأولى هي أكفأ طريقة ولجميع أحجام العينات وقيم المعلمات المستخدمة في الدراسة.

* هيئة التعليم التقني /الكلية التقنية الإدارية /بغداد.
** هيئة التعليم التقني / معهد الإدارة /الرصافة/بغداد.

المقدمة وهدف البحث:

أستخدم هذا التوزيع لأول مرة وبشكل واسع في موضوع الاقتصاد [1] ، كأنموذج لدراسة توزيع الدخول عندما تكون متجاوزة لحد معلوم مثل (K) ،وبسبب امتلاك هذا التوزيع لدالة مخاطرة Hazard Rate متغيرة مع الزمن :

$$h(t)=(\frac{a}{t}) \qquad ; \; t>k, a>0 \qquad \ldots\ldots(1)$$

فقد أصبح أنموذج احتمالي جيد في دراسة المعولية ولوصف توزيع أوقات الفشل التي تمتلك دالة مخاطرة غير ثابتة مع الزمن وتشبه إلى حدٍ كبير دالة المخاطرة النظرية الخاصة بهذا التوزيع [4].

أن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع باريتو ذي المعلمتين (a,k) تأخذ الشكل التالي:

$$f(t;a,k)=ak^{a}t^{-(a+1)} \; ; \qquad t \geq k \quad , \; a,k>0 \qquad \ldots\ldots \; (2)$$

إذ أن :

a **: تمثل معلمة الشكل (shape parameter).**

k **: تمثل معلمة القياس (scale parameter).**

وبذلك فان دالة التوزيع التجميعية (c.d.f) تأخذ الشكل التالي :

$$F(t;a,k)= pr(T \leq t) = 1-\left(\frac{k}{t}\right)^{a} \qquad \ldots\ldots\ldots \; (3)$$

إي إن دالة المعولية (Reliability function) تصبح [5] :

$$R(t)= pr(T>t) = 1-F(t)=\left(\frac{k}{t}\right)^{a} \qquad \ldots\ldots\ldots(4)$$

وبذلك فان دالة المخاطرة Hazard Rate والتي تسمى أيضا معدل الفشل Failure Rate تأخذ الشكل التالي :

$$h(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\left(\frac{a}{t}\right) \; ; \quad a>0 \, , \; k \leq t \qquad \ldots\ldots\ldots \; (5)$$

نلاحظ من المعادلة السابقة إن معدل الفشل(دالة المخاطرة) دالة متغيرة متناقصة رتيبة في الزمن ولتقدير دالة المعولية توجد العديد من الطرائق منها طريقة الإمكان الأعظم، طريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى وغيرها[3] والتي تمتاز بصفات

إحصائية مختلفة وتتمثل المشكلة في صعوبة إجراء المقارنة بين تلك الطرائق نظراً لعدم أمكانية الحصول على التوزيع النظري للمقدرات الخاصة بتلك الطرائق والتي جعلت من الصعب التعرف على أي طريقة أفضل بالاعتماد على المعايير الإحصائية المعروفة.

ومن هنا جاءت أهمية البحث في إجراء المقارنة التجريبية بين تلك الطرائق واقتراح طريقة تمتاز بكفاءة أفضل مقارنتاً بالطرائق المستخدمة في تقدير دالة المعولية لهذا التوزيع ووفقا للمعيار الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) .

الجانب النظري :

سوف نستعرض هنا الطرائق المختلفة لتقدير دالة المعولية ، ولتقدير دالة المعولية لابد من تقدير معلمات توزيع باريتو ذي المعلمتين للبيانات الكاملة ومن هذه الطرائق:

1- طريقة الإمكان الأعظم m.l.e: (Maximum Likelihood Method)

تمتاز هذه الطريقة بخصائص إحصائية جيدة منها خاصية الثبات[2] ،ويمكن تعريف التقدير بهذه الطريقة على انه قيم المعلمات التي تجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى ، فإذا كانت $(t_1, t_2, \ldots t_n)$ تمثل عينة عشوائية بحجم (n) مسحوبة من مجمع تتوزع مفرداته بحسب دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع باريتو من النوع الأول ذو المعلمتين (a, k) ، فان دالة الإمكان (L) للمشاهدات تكون

$$L(t_1, t_2, \ldots, t_n; a, k) = \prod_{i=1}^{n} \frac{a k^{a}}{t_i^{a+1}} = \frac{a^{n} k^{na}}{\left[\prod_{i=1}^{n} t_i\right]^{a+1}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

إذ إن:

$$0 < k < t_{(1)} \text{ ، } a > 0$$

$t_{(1)}$: تمثل اصغر قيمة من قيم العينة العشوائية.

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للمعادلة السابقة فإنها تصبح:

$$\log L(t1,t2,...,tn;\alpha,k) = n\log\alpha + n\alpha\log k - (\alpha+1)\sum_{i=1}^{n}\log t_i \qquad ..(7)$$

وبالاشتقاق الجزئي للمعدلة (7) بالنسبة لكل من المعلمتين (α,k) على التوالي نحصل على المعادلتين التاليتين :

$$\frac{\partial\log L}{\partial k} = \frac{n\alpha}{k} \qquad ....(8)$$

$$\frac{\partial\log L}{\partial\alpha} = \frac{n}{\alpha} + n\log k - \sum_{i=1}^{n}\log t_i \qquad ..... (9)$$

ويمساواة المعادلة (9) للصفر وتبسيطها نجد أن الصيغة التقديرية للمعلمة (α) تصبح :

$$\hat{\alpha}_{m.l.e}(k) = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\log\left(\frac{t_i}{k}\right)} \qquad ...... (10)$$

ومن مساواة المعادلة (8) بالصفر ، فإننا لانستطيع الحصول على صيغة صريحة لتقدير المعلمة (K) ،ومن خلال ملاحظة سلوك $(\log L)$ نجد أن الدالة $(\log L)$ غير محددة (Unbounded) بالنسبة إلى K ، فهي رتيبة متزايدة (Monotonically Increasing) وتصبح $(\log L)$ في نهايتها العظمى عندما تكون K في نهايتها العظمى ويسبب إن أقصى قيمة تصل إليها هي $\min(t_i)$ (حيث أن K تمثل الحد الأدنى للمتغير العشوائي T) ، فان $(\log L)$ يمكن تعظيمها تحت شرط القيد الأتي :

$$\hat{k} \le \min(t_i) \qquad ....(11)$$

ومن خلال ملاحظة المتباينة (11) نحصل على قيمة K التي تجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى وهي :

$$\hat{k}_{m.l.e} = \min t_i = t_{(1)} \qquad .... (12)$$

ويذلك فان مقدر الإمكان الأعظم للمعلمة (α) تصبح :

$$\hat{a}_{m.l.e} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \log\left(\frac{t_i}{\hat{k}}\right)} \qquad \text{.........} \ (13)$$

وبما إن مقدرات الإمكان الأعظم تتصف بخاصية الثبات ، وباستخدام هذه الخاصية نحصل على مقدر الإمكان الأعظم لدالة المعولية وكما يلي :

$$\hat{R}_{m.l.e}(t) = \left(\frac{\hat{k}_{m.l.e}}{t}\right)^{\hat{a}_{m.l.e}} \qquad \text{......} (14)$$

2- طريقة العزوم :Method of Moments (m.o.m)

تتميز طريقة العزوم بسهولتها فهي تعتمد على فرضية مساواة عزوم المجتمع m_r مع عزوم القيمة m_r ومن ثم حل المعادلات لإيجاد صيغة تقدير المعلمات [2].ومن خلال مساواة الوسط الحسابي للعينة (Sample Mean) بالتوقع النظري (Theoretical Expectation) للمتغير العشوائي (T) الذي يتبع توزيع باريتو من النوع الأول فإننا نحصل على المعادلتين التاليتين :

$$m_1 = E(T) = \frac{ak}{a-1} \qquad ; a > 1 \qquad \text{.........} (15)$$

$$\bar{x} = \frac{\hat{a}\hat{k}}{\hat{a}-1} \qquad \text{...........} (16)$$

أي

$$\bar{x} - \frac{\hat{a}\hat{k}}{\hat{a}-1} = 0 \qquad \text{....} (17)$$

ومن خلال مساواة التباين للعينة (Sample variance) بالتباين النظري (Theoretical Variance) للمتغير العشوائي (T) الذي يتبع توزيع باريتو ذي المعلمتين فإننا نحصل على المعادلتين التاليتين :

$$m_2 = \mathrm{var}(T) = E(T^2) - (E(T))^2 = \frac{ak^2}{(a-1)^2(a-2)} \qquad ; a > 2 \quad \text{....} (18)$$

$$s^2 = \frac{\hat{a}\,\hat{k}^2}{(\hat{a}-1)^2(\hat{a}-2)} \quad ; a > 2 \qquad \text{………… (19)}$$

أي

$$s^2 - \frac{\hat{a}\,\hat{k}^2}{(\hat{a}-1)^2(\hat{a}-2)} = 0 \qquad \text{….(20)}$$

وبحل المعادلتين (20) و (17) بالنسبة إلى a و k عددياً باستخدام طريقة نيوتن رافسن التكرارية متعددة المتغيرات المستخدمة لحل منظومة المعادلات اللاخطية فيتم الحصول على مقدر العزوم لكل معلمة ، فإذا كانت $\hat{a}_{m.o.m}$ و $\hat{k}_{m.o.m}$ هي مقدرات طريقة العزوم لكل من a و k على التوالي فان تقدير دالة المعولية يأخذ الصيغة التالية :

$$\hat{R}_{m.o.m}(t) = \left(\frac{\hat{k}_{m.o.m}}{t}\right)^{\hat{a}_{m.o.m}} \qquad \text{……. (21)}$$

3− طريقة المربعات الصغرى : Least Squares Method (L.S)

أن طريقة المربعات تتضمن تصغير مجموع مربعات الخطأ [2] الأتي :

$$s(a,b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)^2 \qquad \text{…….. (22)}$$

وبالاشتقاق الجزئي للدالة لكل من (a,b) ومساواة ناتج كل اشتقاق بالصفر يتم الحصول على معادلتين ، وبإجراء تبسيط رياضي يتم الوصول إلى قيمة مقدرات المربعات الصغرى للمعلمتين، ومن مميزات هذه الطريقة إنها غير متحيزة وبالاعتماد على دالة التوزيع التجميعية سيكون لدينا :

$$F(t;a,k) = 1 - \left(\frac{k}{t}\right)^{a} \qquad \text{………. (23)}$$

$$1 - F(t;a,k) = \left(\frac{k}{t}\right)^{a} \qquad \text{…….(24)}$$

ويأخذ اللوغاريتم لطرفي المعادلة (24)نحصل على:

$$\log(1 - F(t;a,k)) = a\log k - a\log t \qquad \text{……. (25)}$$

ومن الصيغة (25) ومن خلال المطابقة مع ألأنموذج الخطي البسيط سيكون لدينا :

$$y_i = a + bx_i + e_i \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,n \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(26)$$

آذ أن :

e_i : يمثل متغير الخطأ العشوائي

$$y_i = \log\left[1 - F(t_i; a, k)\right]$$

$$a = a \log(k)$$

$$b = -a$$

$$x_i = t_i$$

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى تم الحصول على تقدير معلمات الأنموذج وكالاتي:

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \qquad \ldots\ \ldots(27)$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2} \qquad \ldots\ldots\ (28)$$

وبذلك يكون

$$\hat{b} = -\hat{a} \Rightarrow \hat{a}_{l.s} = -\hat{b} \qquad .\ (29)$$

$$\hat{a} = \hat{a}\log\hat{k} \Rightarrow \hat{k}_{l.s} = \exp\left(\frac{\hat{a}}{\hat{a}}\right) = \exp\left(\frac{-\hat{a}}{\hat{b}}\right) \qquad \ldots\ldots(30)$$

ولذلك يكون مقدر المربعات الصغرى لدالة المعولية هو :

$$\hat{R}_{l.s}(t) = \left[\frac{\hat{k}_{l.s}}{t}\right]^{\hat{a}_{l.s}} \qquad \ldots\ldots..(31)$$

وقد تم حساب دالة التوزيع التجميعية بطريقة لامعلمة وحسب الصيغة التالية :

$$\hat{F}(t_{(i)}) = \left[\frac{i}{n+1}\right] \qquad \ldots\ldots..(32)$$

آذ أن :

i : تمثل رتبة المشاهدات بعد ترتيبها تصاعدياً .

4− الطريقة المقترحة الأولى : **The First Suggested Method (f.s.m)**

تم التوصل إلى مقدرات هذه الطريقة من خلال حل المعادلة الخاصة بالعزم الأول للاحصاءة المرتبة الأولى مع المعادلة الخاصة بالعزم الأول للتوزيع[2] وذلك من خلال:

$$F_{T(1)}^{(t)} = pr\left[T_{(1)} \le t\right] = 1 - pr\left[T_{(1)} > t\right] = 1 - pr\left[T_{(1)} > t, T_{(2)} > t, \ldots, T_{(n)} > t\right] \quad (33)$$

$$= 1 - \left[pr(T_{(i)} > t)\right]^n = 1 - \left[R(t)\right]^n = 1 - \left[\left(\frac{k}{t}\right)^a\right]^n = 1 - \left(\frac{k}{t}\right)^{na} \quad (34)$$

وبذلك فان :

$$f_{T(1)}(t) = \frac{dF_{T(i)}(t)}{dt} = \frac{(na)k^{na}}{t^{na+1}} \quad \ldots\ldots \ (35)$$

$\therefore \ T_{(1)} \sim$ **Pareto** (na, k)

$$\therefore E[T_{(1)}] = \frac{nak}{(na-1)} \quad . \quad \ldots\ldots\ldots(36)$$

وعلى فرض آن $a\hat{}$ و $k\hat{}$ هي مقدرات غير متميزة إلى a و k على التوالي فان:

$$T_{(1)} = \frac{na\hat{}k\hat{}}{(na\hat{}-1)} \quad \ldots\ldots\ldots(37)$$

أي

$$T_{(1)} - \frac{na\hat{}k\hat{}}{(na\hat{}-1)} = 0 \quad . \ \ldots\ldots\ldots(38)$$

وبحل المعادلتين (38) و (17) بالنسبة إلى a و k عدديا وباستخدام طريقة نيوتن رافسن التكرارية متعددة المتغيرات المستخدمة لحل منظومة المعادلات اللاخطية يتم

الحصول على مقدر الطريقة المقترحة لكل معلمة . فإذا كانت $\hat{a}_{f.s.m}$ و $\hat{k}_{f.s.m}$ هي مقدرات الطريقة المقترحة الأول لكل من a و k على التوالي فان تقدير دالة المعولية تأخذ الصيغة التالية :

$$\hat{R}_{f.s.m}(t) = \left(\frac{\hat{k}_{f.s.m}}{t} \right)^{\hat{a}_{f.s.m}} \qquad ....(39)$$

5- الطريقة المقترحة الثانية (طريقة الوسيط) Second-Suggested-Method

تعتمد هذه الطريقة على استخدام الوسيط [2],[3]، آذ أن الوسيط هو القيمة التي تفصل البيانات إلى جزئيين متساويين لذا فان :

$$F(t_{med}) = 0.5 \qquad ....(40)$$

وبذلك فان:

$$1 - \left(\frac{k}{t_{med}} \right)^{a} = 0.5 \qquad ....(41)$$

أي

$$\left(\frac{k}{t_{med}} \right)^{a} = 0.5 \qquad ....(42)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين ينتج :

$$a \log\left(\frac{k}{t_{med}}\right) = \log(0.5) \qquad ....(43)$$

$$\Longrightarrow \qquad \hat{a}_{m.e.d} = \frac{\log(0.5)}{\log\left(\frac{k^{\wedge}}{t_{med}} \right)} \qquad . ...(44)$$

إذ أن:

$k^{\wedge} = \min(t_i)$ ...(45) ، يمثل مقدر المعلمة k ، وبذلك فان مقدر دالة المعولية سيكون كالأتي :

$$R_{m.e.d}^{\wedge}(t)=\left(\frac{k^{\wedge}}{t}\right)^{\hat{a}_{m.e.d}} \qquad \text{. ....(46)}$$

الجانب التجريبي:

تم إجراء الدراسة باستخدام أسلوب المحاكاة لغرض المقارنة بين الطرائق المختلفة تجريبياً، حيث يتميز هذا الأسلوب بالمرونة ويوفر الكثير من الوقت والجهد والمال وفيه يتم توليد البيانات نظرياً من دون الحصول عليها عملياً وأيضا دون الإخلال بدقة النتائج المطلوبة وتتلخص هذه الطريقة بالخطوات التالية:

1- تحديد القيم الافتراضية: لقد تم اختيار خمسة حجوم للعينة وهي: (n=10,20,30,50,100) إذ تمثل (n=10) العينة الصغيرة،(n=20,30) العينة المتوسطة و (n=50,100) العينة الكبيرة.وقد اختيرت القيم الافتراضيةللمعلمات وفقا لجدول رقم (1)، بحيث تعطي من خلال تغييرها مع حجم العينة فكرة عن المقدرات ونمط سلوكها ولكل طريقة من الطرائق المستخدمة.

جدول رقم (1) يوضح القيم المختلفة للمعلمات المستخدمة في الدراسة

الحالات	I	II	III	IV	V	VI
a	2.5	2.5	2.5	3	3	3
k	1.5	2	3	2.5	2	3

2- توليد البيانات: وفيها يتم توليد البيانات التي تخضع لتوزيع باريتو من النوع الأول ووفقاً لكل قيمة من قيم المعلمات الافتراضية وحجم العينة المحدد في الخطوة (1) ويتم من خلال:

أ- توليد أرقام عشوائية U_i تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1) .

$$U_i \sim U(0,1) \quad , \; i=1,\dots,n \qquad \text{................(47)}$$

U_i:يمثل متغير عشوائي مستمر يتم توليده باستخدام الحاسبة الالكترونية وفقاً للصيغة $U = Rand$

ب- تحويل البيانات المولدة في الخطوة(أ) والتي تتبع التوزيع المنتظم إلى بيانات تتبع توزيع باريتو ذي

المعلمتين من النوع الأول،وباستخدام دالة التوزيع التجميعية وحسب طريقة التحويل المعكوس ينتج

$$F(t;a,k)=1-\left(\frac{k}{t}\right)^{a} \qquad \text{..................(48)}$$

ومن ثم فان

$$U=1-\left(\frac{k}{t}\right)^{a} \qquad \text{. ....(49)}$$

وبإجراء بعض العمليات الجبرية البسيطة ينتج:

$$t=k(1-U)^{-\frac{1}{a}} \qquad \text{. ....(50)}$$

ج- في هذه المرحلة يتم تقدير معلمات توزيع باريتو ولكافة الطرائق المبينة سابقاً واستخدامها في تقدير دالة المعولية بالاعتماد على قيم (t_i) المولدة في الخطوة (ب) ولغرض الوصول للمقدر الأفضل فقد تم

الاعتماد على المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطاء(MSE) كأساس للمقارنة والذي يأخذ الصيغة التالية:

$$MSE(R^{\wedge}(t))=\frac{\sum_{i=1}^{N}(R^{\wedge}(t_i)-R(t_i))^2}{N} \qquad \text{.....(51)}$$

ولحجم مكرر(L=1000) وبالاعتماد على البرنامج المرفق في الملحق رقم (1) والذي تم كتابته باستخدام تطبيق MATLAB-R2007a الحديث، فان جدول رقم (2) يبين نتائج هذه الدراسة.

الاستنتاجات:

من جدول رقم (2) يتبين الأتي:

1- أظهرت نتائج المحاكاة بان الطريقة المقترحة الأولىf.s.m هي أفضل طريقة لأنها حققت اقل MSE لجميع الحالات ولإحجام العينات الصغيرة و المتوسطة المستخدمة

في الدراسة بينما كان سلوك طريقة الإمكان الأعظم أفضل في العينات الكبيرة ولجميع الحالات المستخدمة في الدراسة وذلك بسبب الطبيعة التقاربية لتلك الطريقة.

2- أظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة المربعات الصغرى ols كانت ثالث أكفاءة طريقة في حالة العينات الصغيرة ولجميع الحالات، بينما كانت طريقة الوسيط أكفاءة منها في حالة العينات الكبيرة (50 ,100) ولجميع الحالات المستخدمة في الدراسة.

3- أظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة العزوم كانت أسوء طريقة ولجميع إحجام العينات والحالات المستخدمة ولم يطرأ على سلوكها أي تحسن في الإحجام الكبيرة للعينات.

التوصيات:

1- يوصي الباحث باعتماد الطريقة المقترحة الأولى في حالة توفر عينة ذات حجم صغير وطريقة الإمكان الأعظم في حالة العينات الكبيرة في الدراسات التي تتطلب تقدير دالة المعولية لتوزيع باريتو بمعلمتين.

2- يوصي الباحث بإجراء الدراسة السابقة في حالة البيانات المفقودة، حالة البيانات تحت المراقبة وفي حالة توفر معلومات حول دالة المعولية وبشكل مفصل.

جدول رقم (1) يبين متوسط مربعات الخطأ لجميع الطرائق وحجوم العينات المستخدمة في تجربة المحاكاة

Methods / Models		fsm	Mle	ols	med	mom
	N	MSE				
I	10	0.00984	0.01202	0.01579	0.01667	0.71061
	20	0.00460	0.00494	0.00949	0.00833	0.13255
	30	0.00271	0.00276	0.00681	0.00470	0.07949
	50	0.00177	0.00161	0.00433	0.00284	0.05002

	100	0.00099	0.00080	0.00254	0.00159	0.02976
II	10	0.00911	0.01110	0.01445	0.01651	0.21160
	20	0.00431	0.00465	0.00907	0.00819	0.11438
	30	0.00288	0.00302	0.00665	0.00519	0.08990
	50	0.00180	0.00160	0.00450	0.00308	0.05410
	100	0.00103	0.00084	0.00251	0.00156	0.02834
III	10	0.00895	0.01109	0.01527	0.01599	0.18892
	20	0.00455	0.00474	0.00891	0.00807	0.16052
	30	0.00321	0.00318	0.00710	0.00584	0.08712
	50	0.00173	0.00159	0.00437	0.00317	0.04916
	100	0.00093	0.00080	0.00254	0.00163	0.02956
IV	10	0.00902	0.01123	0.01554	0.01635	0.13423
	20	0.00449	0.00473	0.00886	0.00774	0.09705
	30	0.00292	0.00277	0.00639	0.00469	0.04178
	50	0.00175	0.00170	0.00464	0.00315	0.02724
	100	0.00095	0.00081	0.00258	0.00146	0.01587
V	10	0.00907	0.01124	0.01542	0.01635	0.14040
	20	0.00443	0.00469	0.00943	0.00769	0.06108
	30	0.00301	0.00295	0.00656	0.00509	0.04104
	50	0.00224	0.00209	0.00565	0.00383	0.02971
	100	0.00082	0.00073	0.00245	0.00162	0.01356
VI	10	0.00981	0.01186	0.01593	0.01726	0.13407
	20	0.00451	0.00491	0.00921	0.00809	0.06303
	30	0.00269	0.00279	0.00657	0.00516	0.04313
	50	0.00176	0.00166	0.00466	0.00323	0.02539
	100	0.00085	0.00076	0.00249	0.00153	0.01519

المصادر

1- Afify, E.E. "Order Statistics from Pareto Distribution". Journal of Applied Sciences 6, num (10), pp 2151-2157, 2006..

2-Afify, E.E "Linear and Nonlinear Regression of Exponential Distribution"
http://ip.statjournals,net:2002/index stat/index/Nov04.html.pdf

3-Afify, E.E "Comparison of Estimators of Parameters for the Rayleigh Distribution" Faculty of Engineering Menowfiya University . Shibeen , El-koom.E-mail.
4-Gyan, P. "Some Estimators for the Pareto Distribution".J.Sci.Resv1 (2), pp236-247, 2009.
5- Rytgaard, M."Estimation in the Pareto Distribution". Astin, Bulletin, vol.20, No.2, 2008.

ملحق رقم (1)

```
%%% programe of pareto Reliability Estimation%%%
rand('state',sum(100*clock));
k=2.5;%value of k
elpha=3;%value of elpha
n=20;%sample size
R=1000;%Run Size
for q=1:R
k(q)=2.5;%value of k
elpha(q)=3;%value of elpha
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%
for i1=1:n
x(i1,q)=k(q)*(1-rand)^(-1/elpha(q));
y(i1,q)=log(1- ((i1)/(n+1)));
end
t(:,q)=sort(x(:,q));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%
k_mle(q)=min(x(:,q));%mle of k
elpha_mle(q)=(n)/(sum(log(x(:,q)/k_mle(q))));%mle of elpha
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%
z=x(:,q);
x0 = [min(z);mean(z)];%initial values of k and elpha
mo(:,q) = fsolve(@(x) mom(x,z),x0);
k_mom(q)=mo(1,q);%moment estimator of k
elpha_mom(q)=mo(2,q);%moment estimator of elpha
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%
Xr = [ones(size(x(:,q))) log(sort(x(:,q)))];
b = regress(y(:,q),Xr);
k_ols(q)=exp(b(1)/-b(2));%ols estimator of k
elpha_ols(q)=-b(2);%ols estimator of elpha
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%
```

```
mo1(:,q) = fsolve(@(x) fsm(x,z),x0);
k_fsm(q)=mo1(1,q);%first suggested estimator of k
elpha_fsm(q)=mo1(2,q);%first suggested estimator of elpha
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%
k_med(q)=min(x(:,q));%second suggested estimator of k
elpha_med(q)=log(0.5)/log(k_med(q)/median(x(:,q)));%second
suggested estimator of elpha
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%
for i2=1:n
R_real(i2,q)=(k(q)./t(i2,q)).^(elpha(q));
R_mle(i2,q)=(k_mle(q)./t(i2,q)).^(elpha_mle(q));
R_mom(i2,q)=(k_mom(q)./t(i2,q)).^(elpha_mom(q));
R_ols(i2,q)=(k_ols(q)./t(i2,q)).^(elpha_ols(q));
R_fsm(i2,q)=(k_fsm(q)./t(i2,q)).^(elpha_fsm(q));
R_med(i2,q)=(k_med(q)./t(i2,q)).^(elpha_med(q));
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%
mse_M.L.E(q)=(sum(((R_real( :,q)-R_mle( :,q)).^2)))/(n);
mse_M.O.M(q)=(sum(((R_real( :,q)-R_mom( :,q)).^2)))/(n);
mse_O.L.S(q)=(sum(((R_real( :,q)-R_ols( :,q)).^2)))/(n);
mse_F.S.M(q)=(sum(((R_real( :,q)-R_fsm( :,q)).^2)))/(n);
mse_M.E.D(q)=(sum(((R_real( :,q)-R_med( :,q)).^2)))/(n);
end
MSE_of_Methods=[mean(mse_M.L.E) mean(mse_M.O.M)
mean(mse_O.L.S)  mean(mse_F.S.M) mean(mse_M.E.D)]'
```

First sub routen

```
function F =mom(x,z)
nn=mean(z);
mm=var(z);
F = [nn-((x(1)*x(2))/(x(2)-1));
   mm-(( ((x(1))^2)*x(2))/( ((x(2)-1)^2)*(x(2)-2)))];
```

second sub-routen

```
function F =fsm(x,z)
nn=mean(z);
```

```
s=size(z,1);
mm=min(z);
F = [nn-((x(1)*x(2))/((x(2)-1)));
   (mm)-((x(1)*x(2)*s)/((s*x(2)-1)))];
```

A comparison of different methods for Estimation of Reliability function for Pareto Distribution of first kind by using simulatio

LecturerDr. Nashaat J. Mohammed* *Ass.Lect.* Etaf A.Abdalahad**

ABSTRUCT

This paper is concerned with estimation of Reliability function of Pareto distribution with two parameters. A suggested methods for estimating the two parameters of distribution and its Reliability function and then a program will be presented here, also an empirical study depends on simulated observations with different parameter's values and sample's sizes for Pareto distribution of first kind was conducted, to compare between different methods depends on their mean square error and to show practically the effectiveness of that methods in estimation of Reliability function. It is shown that the first suggested method is the best method in the case of all sample's sizes and parameter's values used.

***Foundation of Technical Education Technical College of Management\ Baghdad.**
**** Institute For Administration Rassafa.**